



Lógica Difusa (Fuzzy Logic)

● INTRODUCCIÓN:

- Fuzzy Logic tiene sus raíces en la teoría de conjuntos difusos desarrollada por Zadeh en la década de los 60, la que propone que **un elemento siempre pertenece en un cierto grado a un conjunto y nunca pertenece del todo al mismo**, esto permite establecer una manera eficiente para trabajar con incertezas, así como para acondicionar el conocimiento en forma de reglas hacia un plano cuantitativo, factible de ser procesado por computadores.
- Toda lógica consiste en formalizar el pensamiento humano, desde este punto de vista,

□ **Lógica Clásica:**

Establece que cualquier enunciado o proposición puede tener un valor lógico verdadero o falso, en definitiva 1 y 0.

De esta forma es posible desarrollar toda una lógica basada en leyes de este tipo.

□ **Logica Difusa:**

En vez de trabajar con el clásico concepto de inclusión o exclusión, introduce una función que expresa el grado de “pertenencia” de una variable hacia un atributo o “variable lingüística” tomando valores en el rango de 0 a 1.

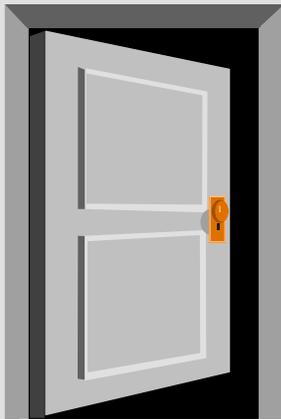
Ejemplo: Descripción del estado de una puerta

□ Lógica Clásica:

De acuerdo a la lógica clásica existen dos estados posibles para una puerta.

Una puerta está abierta (1)

Una puerta está cerrada (0)



□ Logica Difusa:

Logica Difusa establece que una puerta no tiene por que estar necesariamente abierta o cerrada, existen además otros estados.

Puerta abierta (1)

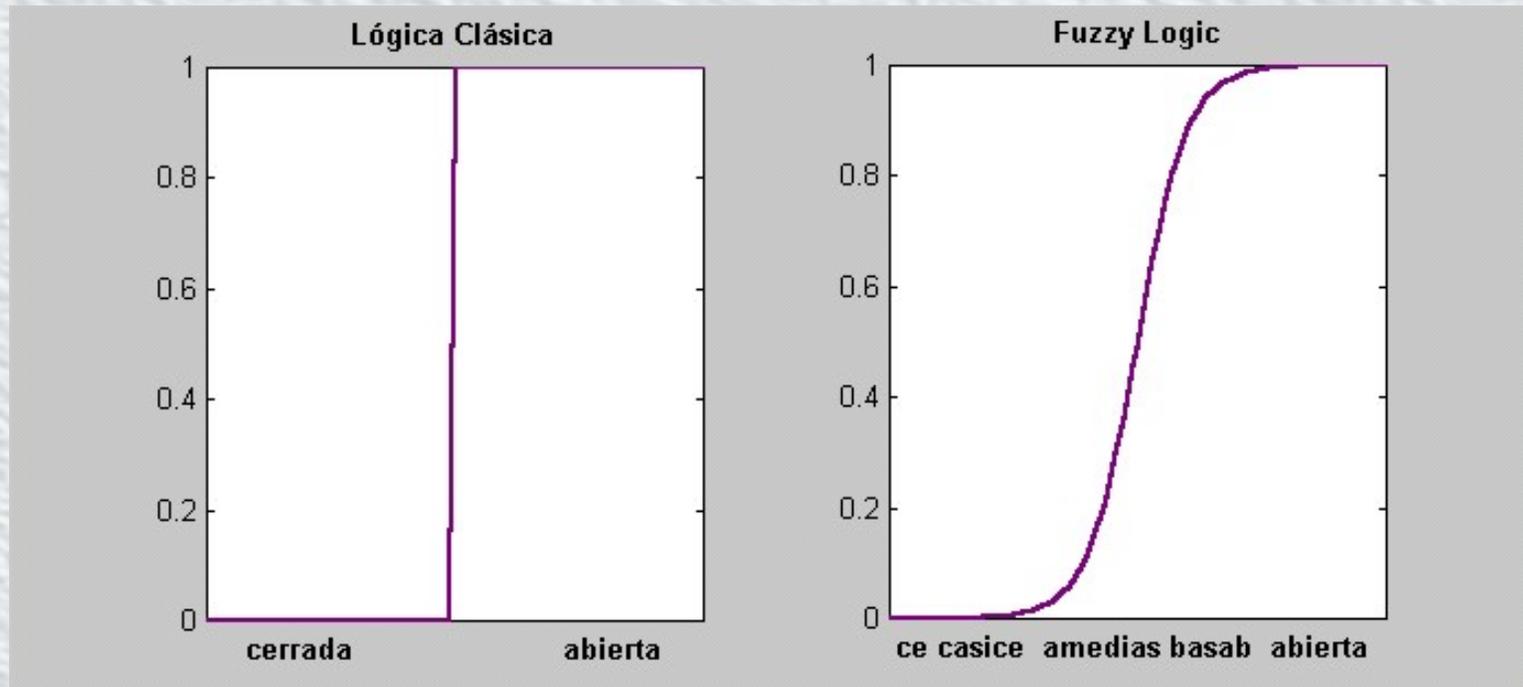
Puerta bastante abierta (0.8)

Puerta abierta a medias (0.5)

Puerta casi cerrada (0.1)

Una puerta está cerrada (0)

Representación gráfica:



Donde:

ce	:Puerta cerrada
casice	:Puerta casi cerrada
amedias	:Puerta a medias
basab	:Puerta bastante abierta
abierta	:Puerta abierta

Ventajas de Logica Difusa

- La principal ventaja de utilizar términos lingüísticos como: **a medias, bastante, casi, un poco, mucho, algo**, etc, está en que permite plantear el problema en los mismos términos en los que lo haría un experto humano.
- El éxito de esta técnica radica en que *“El mundo es Fuzzy”*. En otras palabras, no tiene sentido buscar la solución a un problema no perfectamente definido por medio de un planteamiento matemático muy exacto, cuando es el ser humano el primero que razona empleando la inexactitud.

1. Proceso de Fuzzificación

- ❑ El proceso de fuzzificación consiste en convertir una variable real en un grado de pertenencia que cuantifica el grado de posesión hacia su correspondiente variable lingüística.
- ❑ Las variables lingüísticas son representativas de situaciones como: Positivo, alrededor de, alto, medio, etc.
- ❑ El primer paso consiste en tomar las entradas y determinar el grado al que ellos pertenecen a cada uno de los conjuntos fuzzy apropiados.
- ❑ La entrada siempre es un valor numérico limitado al universo del discurso de la variable de entrada (0-10).

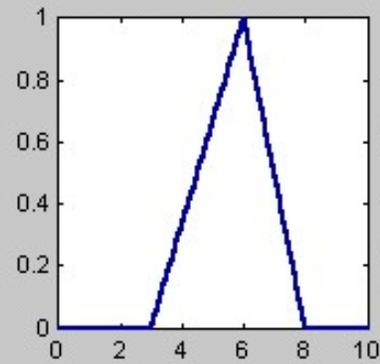
Funciones de pertenencia

- Las funciones de pertenencia representan las coordenadas difusas del atributo.

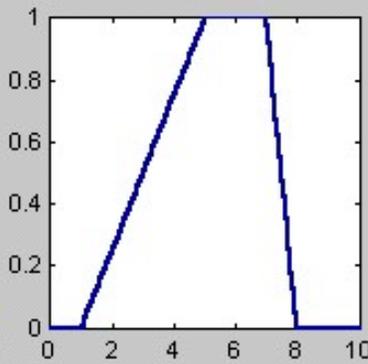
Son funciones continuas, que pueden ser básicamente de los tipos:

- **Trapezoidales y Triangulares:** Son funciones lineales por tramos, pero representan una discontinuidad en la primera derivada que hereda la acción de control.
- **Exponenciales:** (distribución normal), muestran un comportamiento muy adecuado y no representan discontinuidad en la derivada.
- **Polinómicas:** Son funciones sencillas de calcular y tienen una forma similar a la de las funciones de densidad normal.

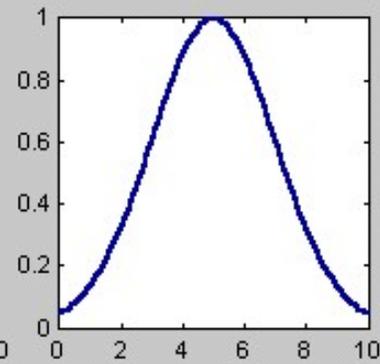
Tipos de Funciones de Pertenencia



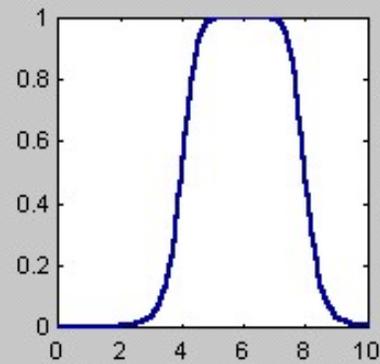
Triangular P=[3 6 8]



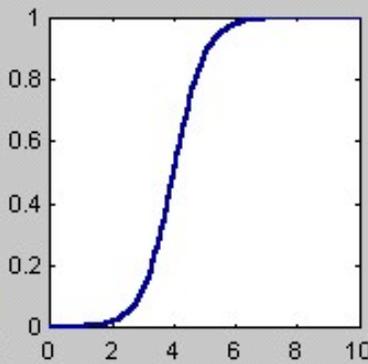
Trapezoidal P=[1 5 7 8]



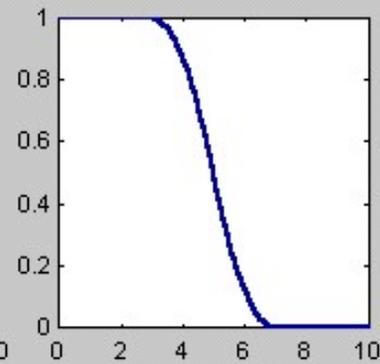
Gaussiana P=[2 5]



Campana P=[2 4 6]



Sigmoidal P=[2 4]



Spline-Z P=[3 7]

Operadores difusos

□ Cuando una variable cubre el dominio de más de una variable lingüística, la variable difusa final es inferida por alguna operación que toma en cuenta el grado de pertenencia de cada una de las variables.

□ Los operadores más comunes son:

Operación Max(): asigna la correspondiente al valor máximo

Operación Min(): asigna la correspondiente al valor mínimo

que son equivalentes a las sentencias “or” y “and” de la lógica booleana.

SENTENCIA VERDADERA = 1

SENTENCIA FALSA = 0

A	B	A and B	A or B
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Ejemplo de Aplicación:

□ CLASIFICACIÓN DE UN RESTAURANT:

Se requiere catalogar los restaurantes de acuerdo a su precio.

Se considerarán dos variables: la calidad del servicio y de la comida..

□ Las variables lingüísticas son por lo tanto:

□ **Variable Servicio:**

Pobre

Bueno

Excelente

□ **Variable Comida:**

Mala

Rica

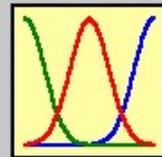
□ **Variable Restaurant:**

Barato

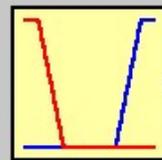
Promedio

Caro

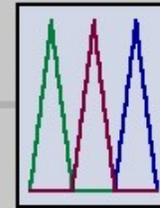
Esquema General de Logica Difusa:



servicio (3)

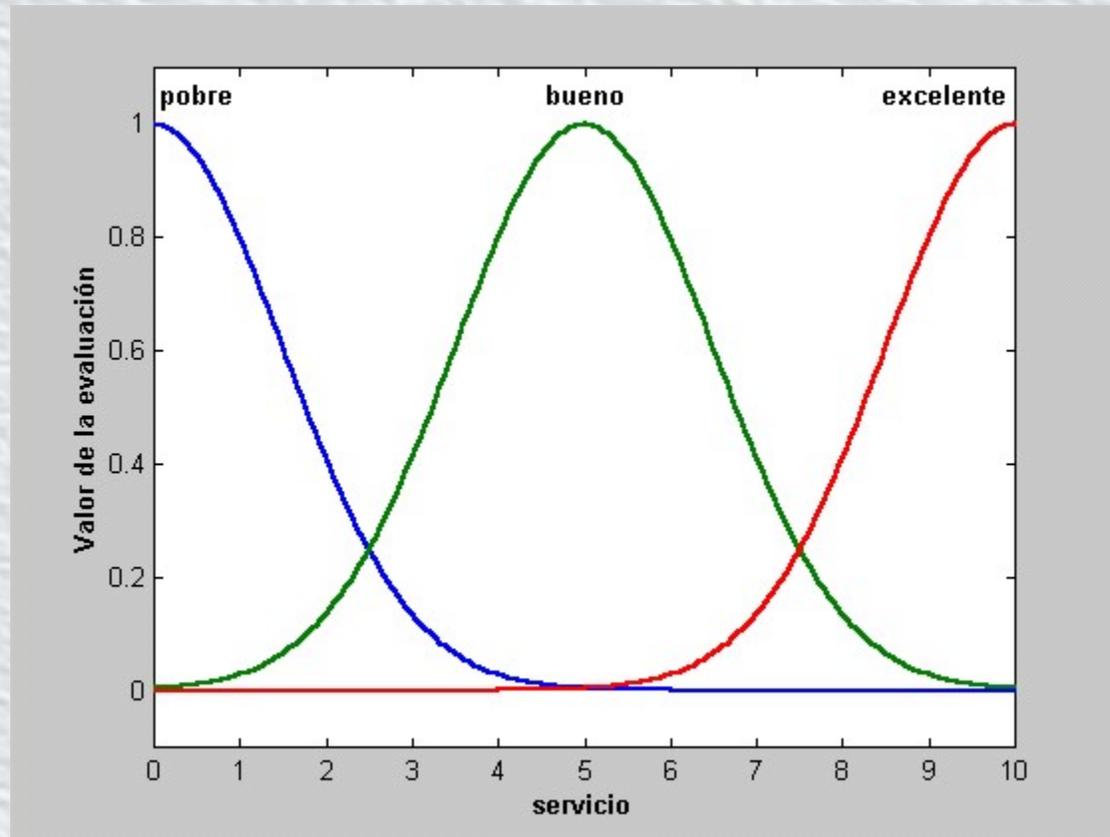


comida (2)

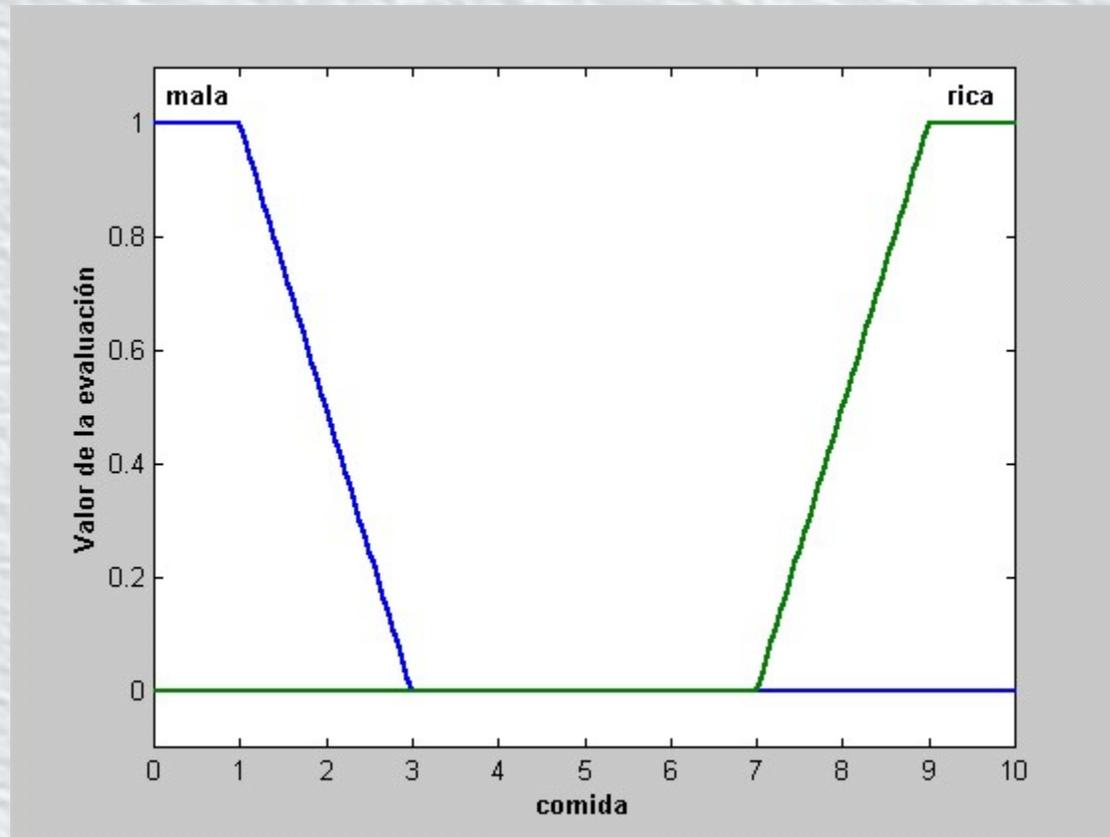


restoran (3)

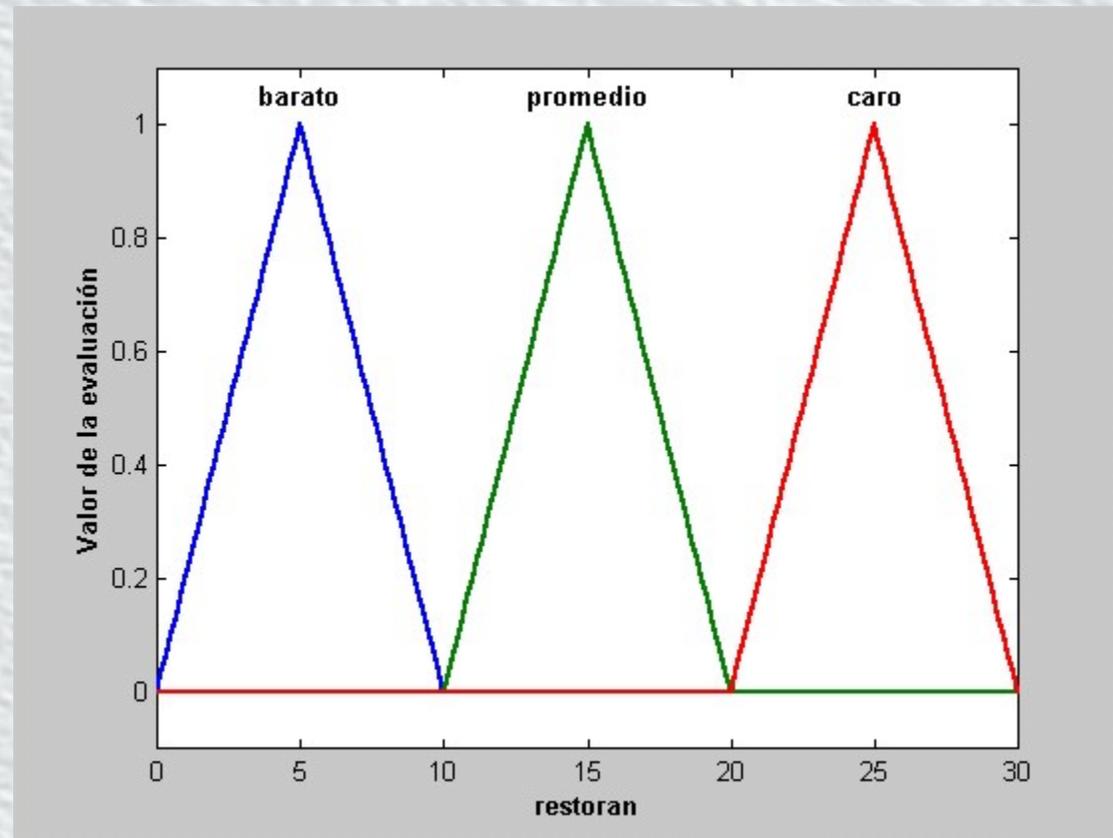
Función de pertenencia para Servicio:



Función de pertenencia para Comida:



Función de pertenencia para Restaurant:



2. Definición de las reglas:

□ ENUNCIADOS DE REGLAS:

1. Si (**servicio** es pobre) o (**comida** es mala) entonces (**restaurant** es barato)
2. Si (**servicio** es bueno) entonces (**restaurant** es promedio)
3. Si (**servicio** es excelente) o (**comida** es rica) entonces (**restaurant** es caro)

□ MÉTODO DE AGREGACIÓN DE REGLAS:

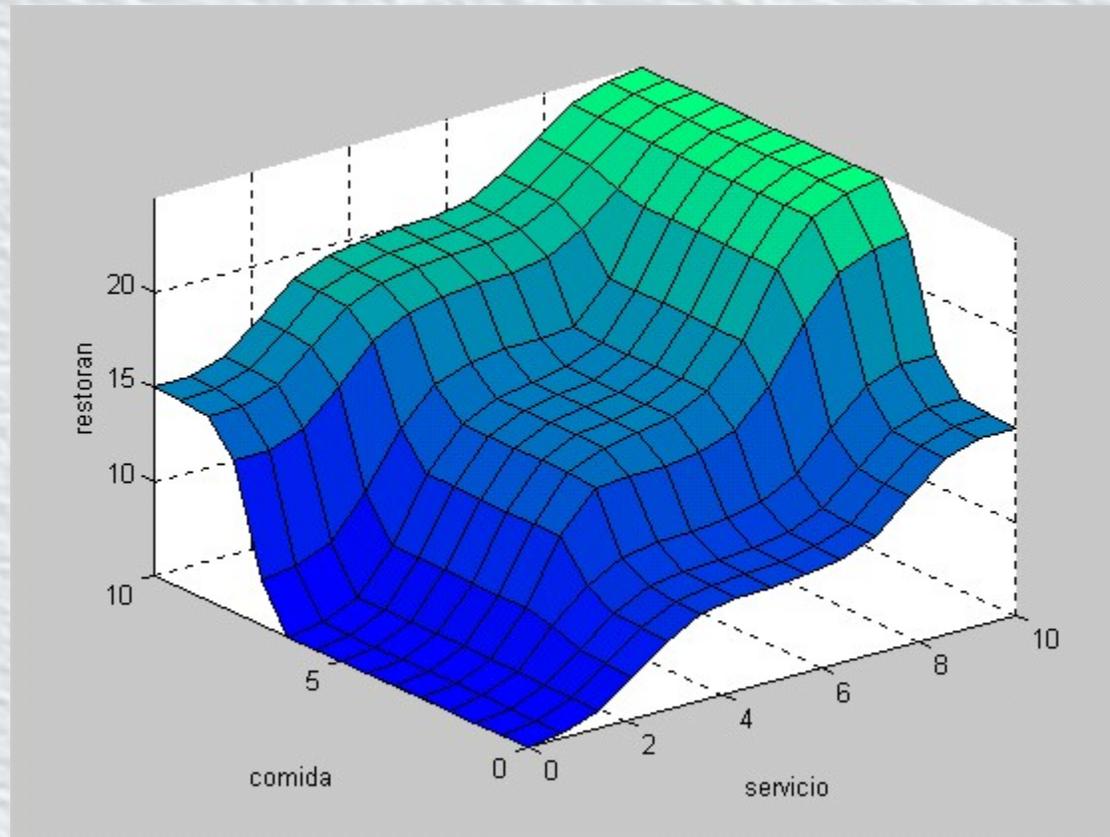
La agregación es cuando se unifican las salidas de cada regla en forma paralela.

Posteriormente se realiza la defuzzificación del resultado.

3. Defuzzificación

- El proceso inverso llamado defuzzificación transforma un conjunto difuso, es decir un conjunto de variables lingüísticas con sus respectivos grados de pertenencia, en un número real.
- El método más común es asimilarlo al centro de gravedad de la combinación de cada una de las reglas inferidas.
- También se usa el criterio máximo, que escoge el punto donde la función inferida tiene su máximo o el criterio de la media de los máximos.

Representación Tridimensional del problema:



● Controlador Difuso

- En un controlador a partir del valor de referencia (setpoint) y del valor de entrada del proceso, se calcula el error (E) y el cambio del error (CE).
- El controlador difuso toma como variables de partida E y CE y tiene como variable de salida el cambio en la acción de control a aplicar (CU), o bien una acción de control absoluta (U).
- El controlador difuso se compone internamente de reglas lingüísticas, que tienen como condiciones los valores posibles de las variables de entrada, y que concluyen la variación a efectuar en la acción de control, en términos también lingüísticos. Posteriormente se transforma en un valor determinista.

SUPERVISIÓN

SETPOINT

ERROR

CAMBIO ERROR

FUZZIFICACIÓN

SELECCIÓN

APLICACIÓN

CONCLUSIÓN

DEFUZZIFICACIÓN

CONTROL

VALOR MEDIDO

TABLA DE REGLAS
CONTROL FINO

VARIABLES LINGÜÍSTICAS
FUNCIONES DE PERTENENCIA
MODELO LINGÜÍSTICO
RANGO DE VARIACIÓN DE ENTRADA

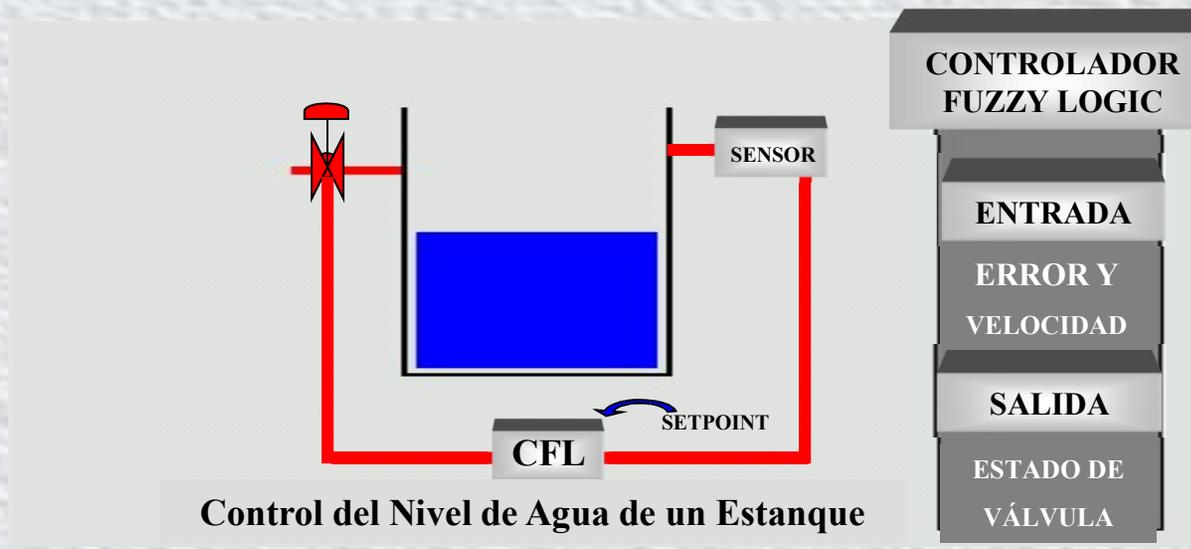
PROCESO

Configuración Básica de un Controlador Difuso

□ FUZZIFICACIÓN:

Es la primera acción en el diseño del controlador difuso, a partir de los valores deterministas de E y CE, se le adjudica su correspondiente valor difuso.

Consideremos el diseño de un controlador fuzzy logic para controlar el nivel de un estanque de agua el cual se regula a través de un válvula de entrada-salida de flujo.



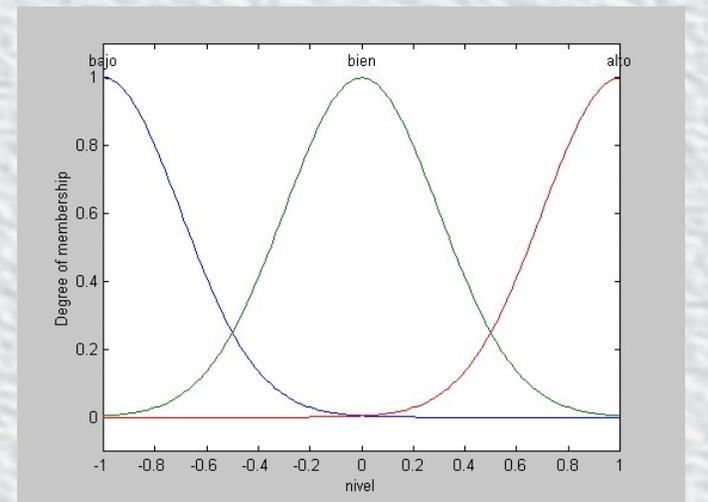
- En este caso, para las variables de entrada al controlador, es decir: E (error en el nivel de agua) y CE (velocidad de cambio de nivel), se establecen las siguientes variables lingüísticas, con su correspondiente rango de variación.
- En cuanto a las funciones de pertenencia de las variables lingüísticas representan el grado de asociación del valor numérico de E(t) o CE(t). Por ejemplo para el valor 0 de error, le correspondería un grado de certeza de 1 en la variable lingüística de Medio, y tendría un grado de certeza casi 0 para las variables restantes (A Y B).

□ **Variable E [-1 1]:**

Alto (A)

Medio (M)

Bajo (B)

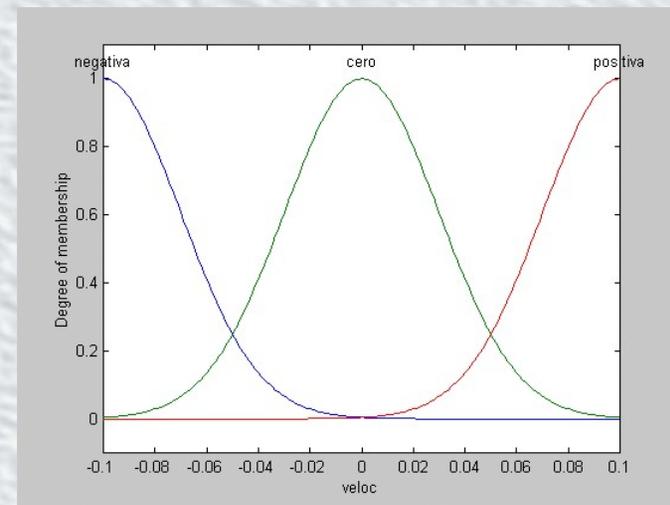


□ **Variable CE [-0.1 0.1]:**

Posit (P)

Cero (C)

Negat (N)



- El tipo de las funciones de pertenencia se eligen de acuerdo al tipo de respuesta del sistema, aquí se eligieron funciones de densidad normal tipo gaussiana, la forma de la curva es ajustable en función del parámetro sigma de la normal. Así para la variable CE:

Posit tiene un valor $\sigma=0.03$ centrada en 1

Cero tiene un valor $\sigma=0.03$ centrada en 0

Neg tiene un valor $\sigma=0.03$ centrada en -1

- La variable de salida al controlador, es decir, CU (estado de la válvula) tiene las siguientes variables lingüísticas.

- **Variable CU [-1 1]:**

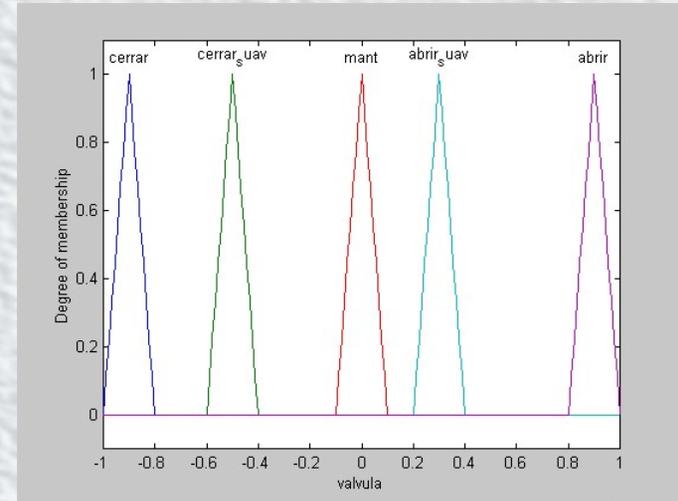
Abrir (AF)

Abrir suavemente (AS)

Mantener (MA)

Cerrar Suavemente (CS)

Cerrar (CF)



□ **ELABORACIÓN DE LAS REGLAS:**

Después de haber traducido los valores deterministas de las variables de entrada a valores difusos, se plantean las reglas. Para ello se construye una tabla de doble entrada (E y CE) por cada variable de entrada al controlador. Como se muestra:

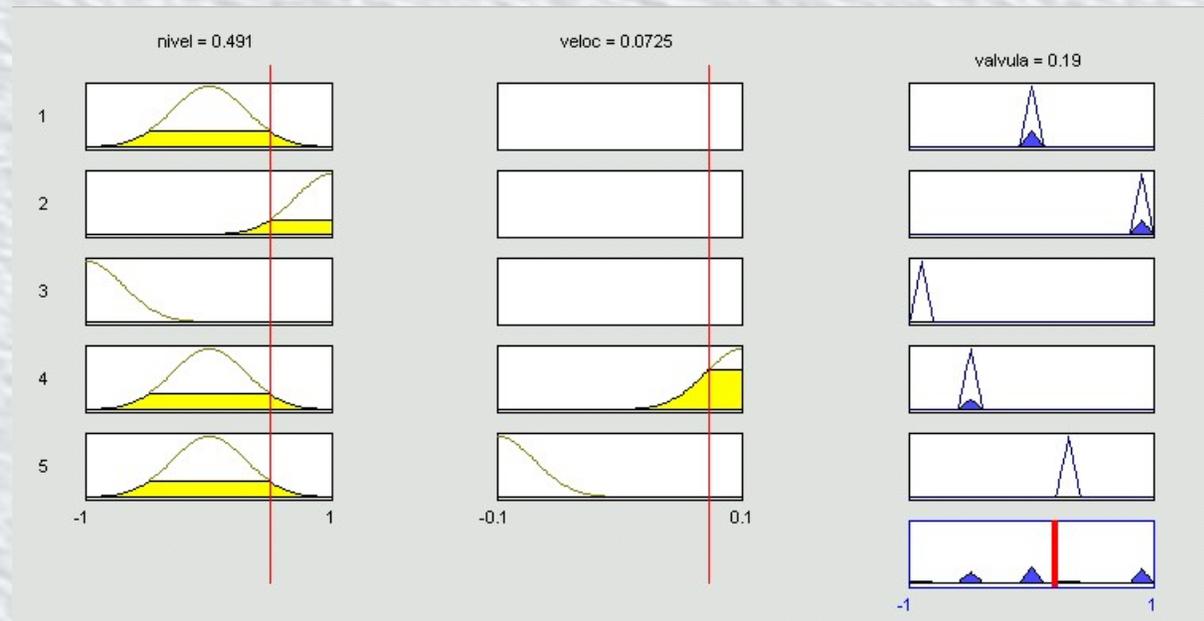
CE\E	B	M	A
N	AF	CS	CS
C	AS	MA	CS
P	AS	AS	CF

□ **Interpretación de enunciado de las reglas descritas en la tabla:**

Si E es Bajo y CE es Negativa, entonces CU Abrir.

Si E es Medio y CE es Negativa, entonces CU Cerrar suavemente.

- Además es necesario cuantificar el peso de cada una de las reglas frente a la acción de control, esto se puede hacer construyendo una matriz de valoración o inferencia o simplemente agregando un factor a cada regla.
- La acción de control que concluye cada regla es un conjunto difuso al que se ha asignado un peso. Por lo tanto, el resultado final de la aplicación de todas las reglas es otro conjunto difuso con sus respectivas funciones de pertenencia.



La tabla de reglas está determinada por las características del proceso y debe ser configurada por el experto. Además debe cumplir algunas normas elementales:

- ❑ **COMPLETITUD:** Las reglas han de cumplir todas las combinaciones posibles de entradas al controlador, con el fin de que no queden fisuras en las cuales no se tome una acción.
- ❑ **CONSISTENCIA:** No pueden coexistir dos acciones de control para la misma situación, lo que produciría una contradicción.
- ❑ **INTERACCIÓN:** Corresponde al peso propio que tiene una regla entre las restantes, para esto se debe analizar el efecto de las reglas en la acción de control.
- ❑ **ROBUSTEZ:** Es una medida de la reacción del controlador frente a perturbaciones en las entradas.

DEFUZZIFICACIÓN:

El método más usual para determinar la conclusión del conjunto de funciones es el centro de gravedad, es interesante destacar que en el resultado final sólo influye el área y no la forma de la curva.

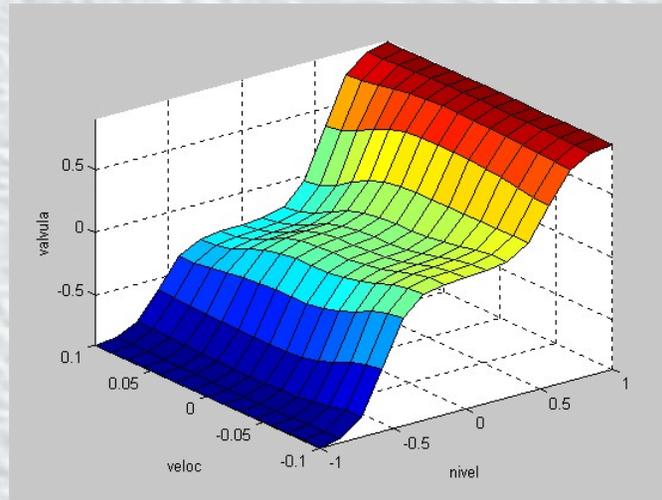
$$CG = \frac{\sum_i^n \sum_j^n c_{ij} \cdot m_{ij} \cdot a_{ij}}{\sum_i^n \sum_j^n m_{ij} \cdot a_{ij}}$$

Donde:

c_{ij} es la media

m_{ij} es el factor peso

a_{ij} es el área de la función de transferencia asociada a la conclusión de cada regla



❑ ACCIÓN DE CONTROL:

Una vez obtenido el valor numérico, éste puede ser multiplicado por un factor de escala para ser aplicado como acción de control. Una alternativa es utilizar un factor de ganancia K_c , el cual se utiliza en el controlador como un parámetro de ajuste, así la acción de control está dada por:

$$CU(k) = CU(k-1) + K_c \cdot \Delta CU$$

❑ Respuesta del Proceso a un cambio en el setpoint del Controlador Fuzzy Logic

