



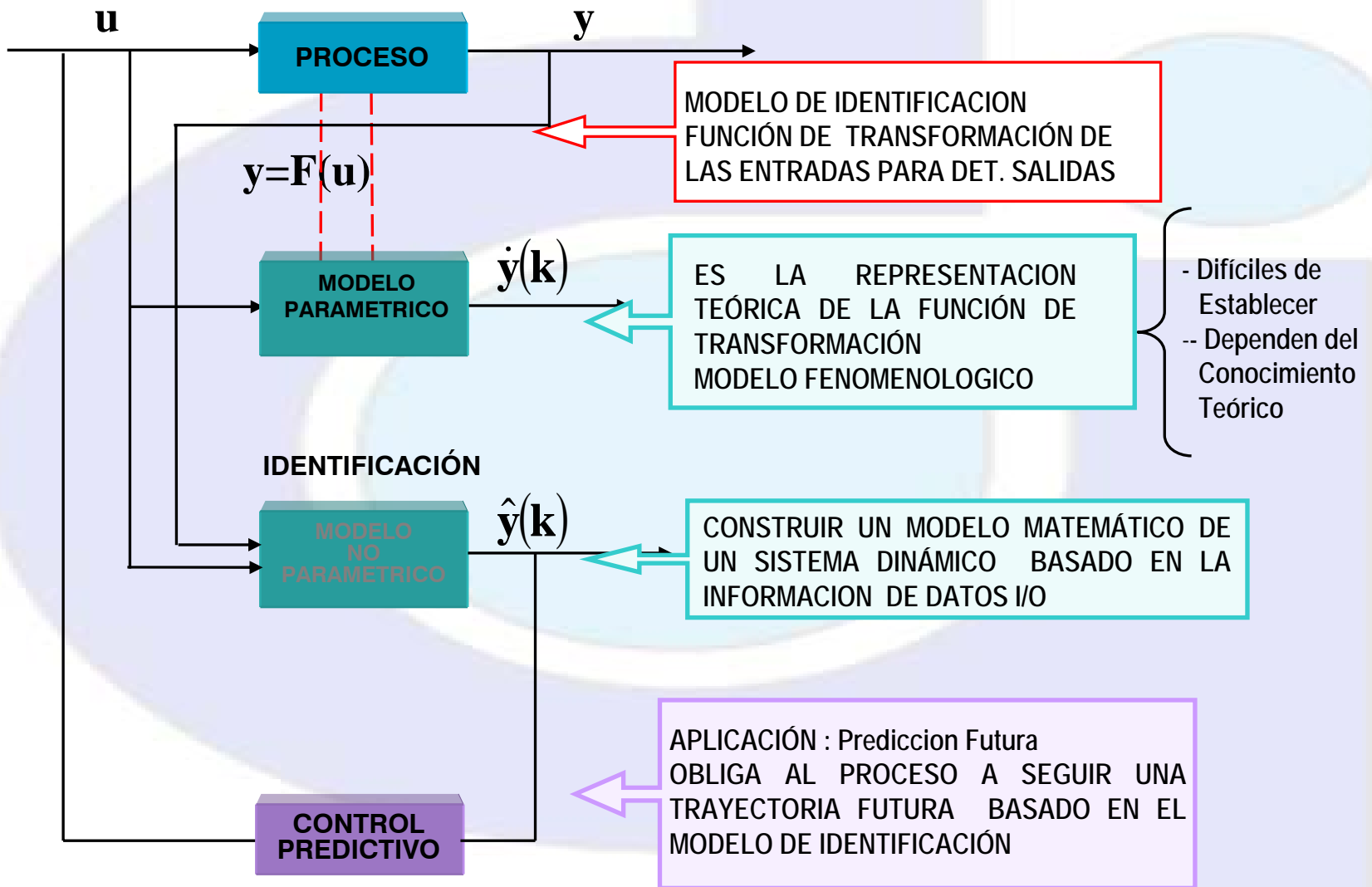
DINAMICA & CONTROL DE PROCESOS

IDENTIFICACIÓN DE PROCESOS

Identificación de Procesos

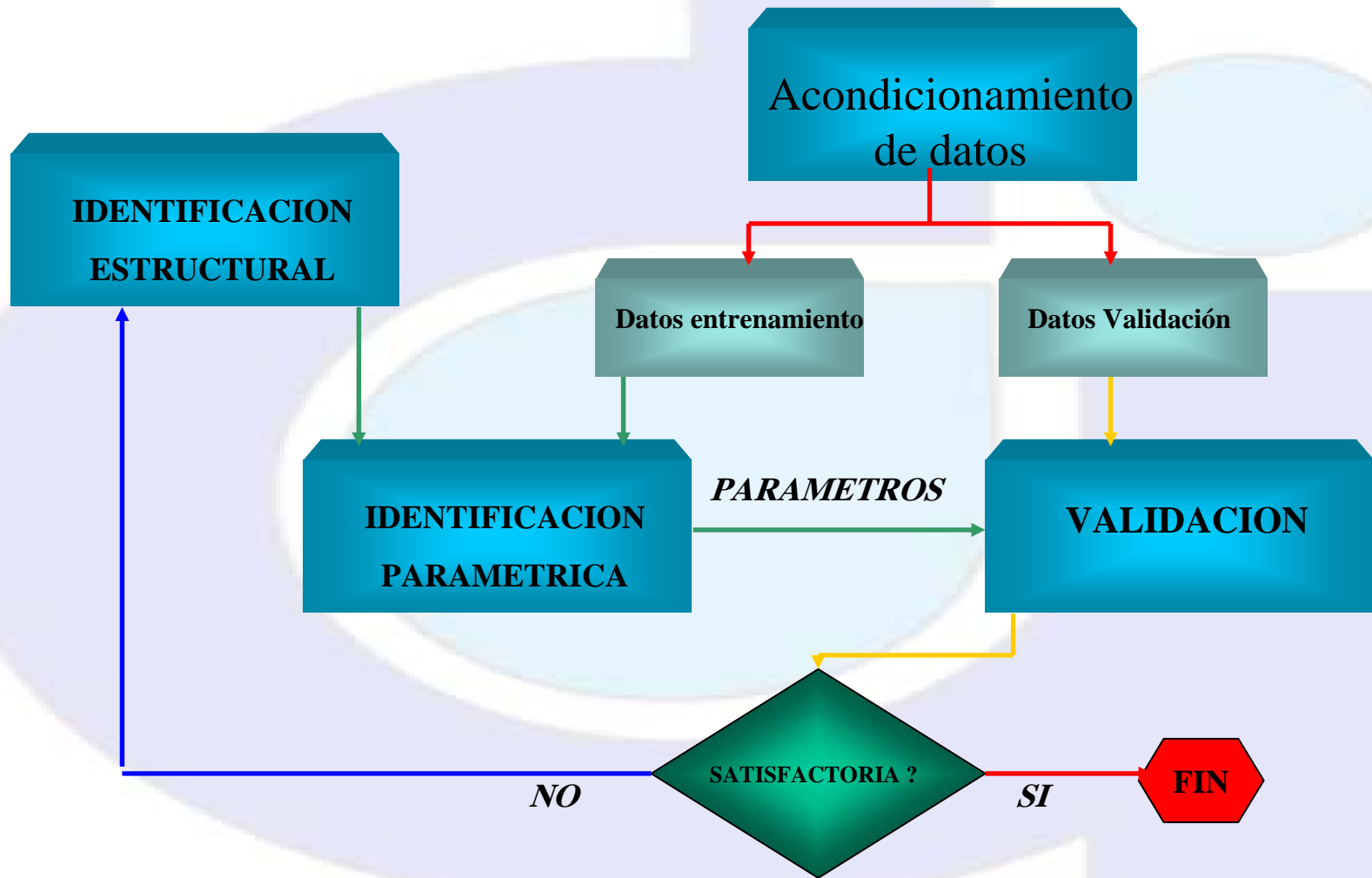
- Consiste en construir un modelo matemático no paramétrico de un sistema dinámico basado en la medición de datos de entradas y salidas.
- Esto se realiza a través de la determinación de la **estructura** y el ajuste de ciertos **parámetros** de la función mediante una optimización.
- En general, la función para la identificación de un proceso depende de datos de entrada y salida del mismo registrados en una secuencia de tiempos, generalmente discreta.

$$\hat{y}(k) = F [y(k - 1), y(k - 2), \dots , y(k - n), u(k - 1), u(k - 2), \dots , u(k - m)]$$



PROCEDIMIENTO DE IDENTIFICACIÓN

- Obtener un conjunto de datos experimentales de entrada y salida del proceso a identificar.
- Examinar y perfeccionar los datos para seleccionar una porción útil de los datos originales. **Conjunto de Entrenamiento**
- Seleccionar y definir diferentes estructuras de modelos de identificación para el sistema.
- Computar la mejor estructura del modelo de identificación de acuerdo a un criterio de selección, en base a los datos de entrada y salida.
- Examinar las propiedades obtenidas del modelo a través de un **Conjunto de Validación**



Modelo Lineal ARX

Un ejemplo de modelo no paramétrico utilizado ampliamente en identificación es el modelo ARX (**AutoRegressive eXogenous**), cuya función de transformación no es más que una combinación lineal de entradas y salidas pasadas.

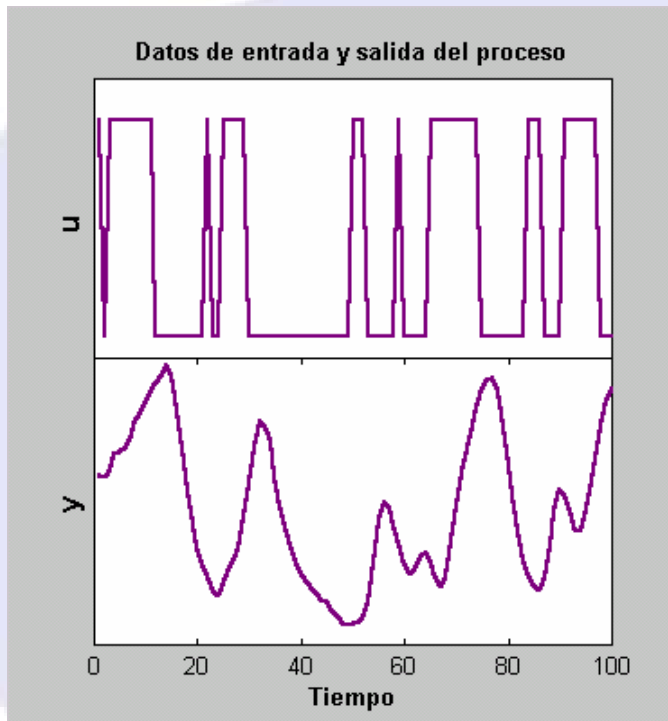
Ecuación del modelo lineal ARX:

$$\hat{y}(k) = a_0 y(k-1) + a_1 y(k-2) + \dots + a_n y(k-n) + b_0 u(k-1) + b_1 u(k-2) + \dots + b_m u(k-m)$$

Este modelo es equivalente a la F.T. genérica en el plano z

$$G(z) = \frac{\beta_m z^{m-n} + \beta_{m-1} z^{m-n-1} + \dots + \beta_1 z^{-n}}{\alpha_n z^{-n} + \alpha_{n-1} z^{-n+1} + \dots + \alpha_1 z^{-1} + 1}$$

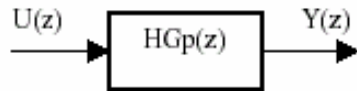
- Para aplicar el modelo ARX a un proceso se registran datos para construir el conjunto de entrenamiento.



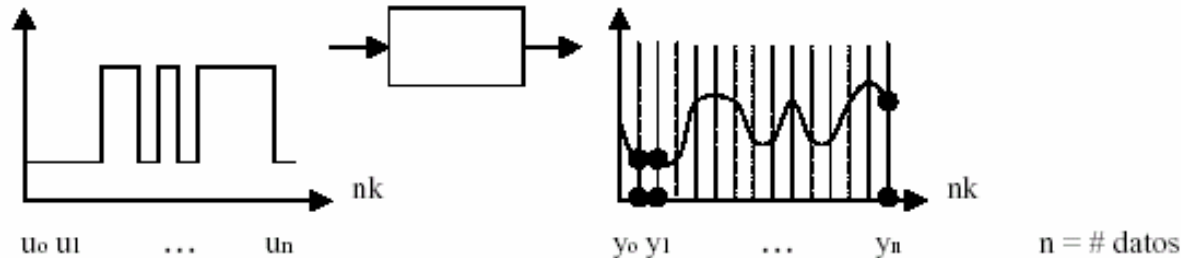
Tiempo	u	y
0	$u(0)$	$y(0)$
1	$u(1)$	$y(1)$
:	:	:
$k-1$	$u(k-1)$	$y(k-1)$
k	$u(k)$	$y(k)$
$k+1$	$u(k+1)$	$y(k+1)$
:	:	:
r	$u(k+r)$	$y(k+r)$

La tarea de identificación consiste en determinar el orden del modelo y los coeficientes lineales

Identificación Discreta



Diseñar la prueba ¿Tipo de señal a introducir?



Normalizar los datos
(Sacar el promedio)

$$u'_i = u_i - \bar{U}$$

Normalizar los datos
(Sacar el promedio)

$$y'_i = y_i - \bar{Y}$$

DATOS:

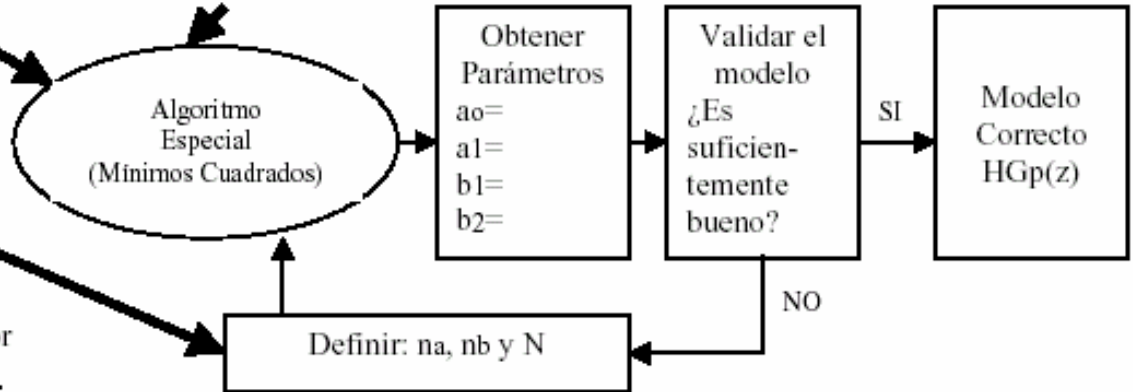
Orden del modelo:

$$HGp(z) = z^{-N} \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na}}$$

N = Tiempo muerto múltiplo
del período de muestreo

na = Orden del polinomio del numerador

nb = Orden del polinomio de denominador



Habitualmente la cantidad de datos es mayor que los incógnitas (parámetros), por lo que el problema se resuelve desde un enfoque de optimización.

$$\min_{a_i, b_i} \sum_{j=1}^N (y - \hat{y}_j)^2 \quad \min_{a_i, b_i} \sum_{j=1}^N (e_j)^2$$

Como el problema es lineal puede ser resuelto analíticamente

a partir de las ecuaciones $\frac{\partial e}{\partial a_i} = 0; \frac{\partial e}{\partial b_i} = 0$

Dando como resultado las ecuaciones típicas de mínimos cuadrados

Otra forma equivalente es ordenar el problema matricialmente

$$\begin{bmatrix} y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y(k) & -y(k-1) & \cdots & -y(k-n+1) & u(k+1-d) & u(k-d) & \cdots & u(k-m+1-d) \\ -y(k+1) & -y(k) & \cdots & -y(k-n+2) & u(k+2-d) & u(k+1-d) & \cdots & u(k-m+2-d) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -y(k+N-1) & -y(k+N-2) & \cdots & -y(k-n+N) & u(k+N-d) & u(k+N-1-d) & \cdots & u(k-p+N-d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_0 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{Y}] = [\mathbf{X}] * [\boldsymbol{\theta}]$$

Y, vector de salidas, X matriz de entradas y $\boldsymbol{\theta}$ vector de parámetros

Solucionando para obtener los parámetros da:

$$[\boldsymbol{\theta}] = [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1}[\mathbf{X}'] * [\mathbf{Y}]$$