ESTABILIDAD EN LAZO CERRADO

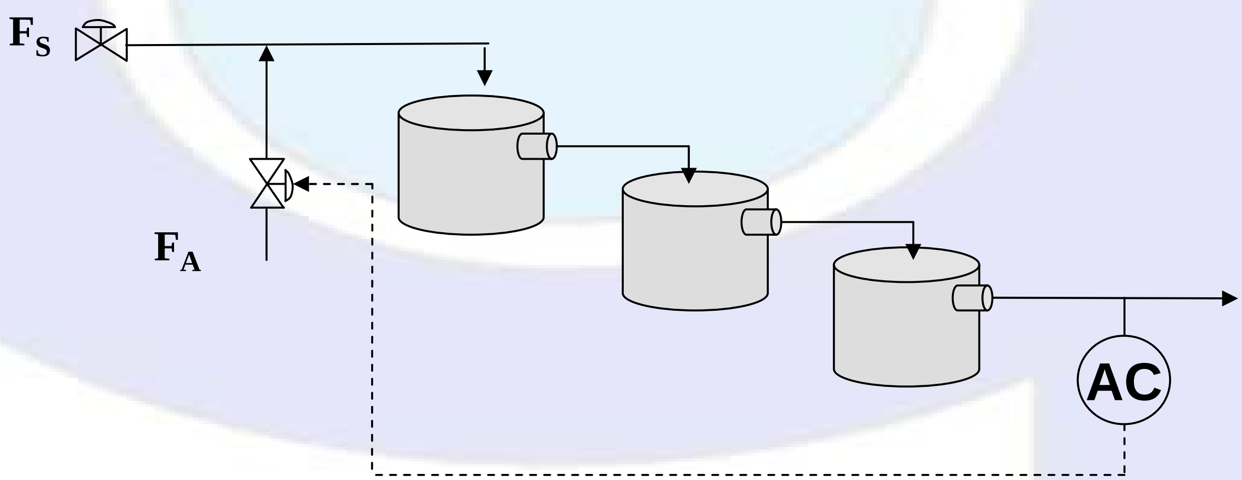
Una vez determinado el controlador a utilizar es necesario saber si el sistema será estable o en que rango de parámetros el controlador será estable.

Desde el punto de vista de análisis, un sistema en lazo cerrado sigue siendo un sistema dinámico, por lo que la estabilidad estará dada por el valor de los polos, es decir las raíces de la ecuación característica:

$$1 + G_p(s)G_c(s) = 0$$

Entonces si las raíces de la ecuación característica están a la izquierda del plano complejo (parte real negativa) el sistema será estable.

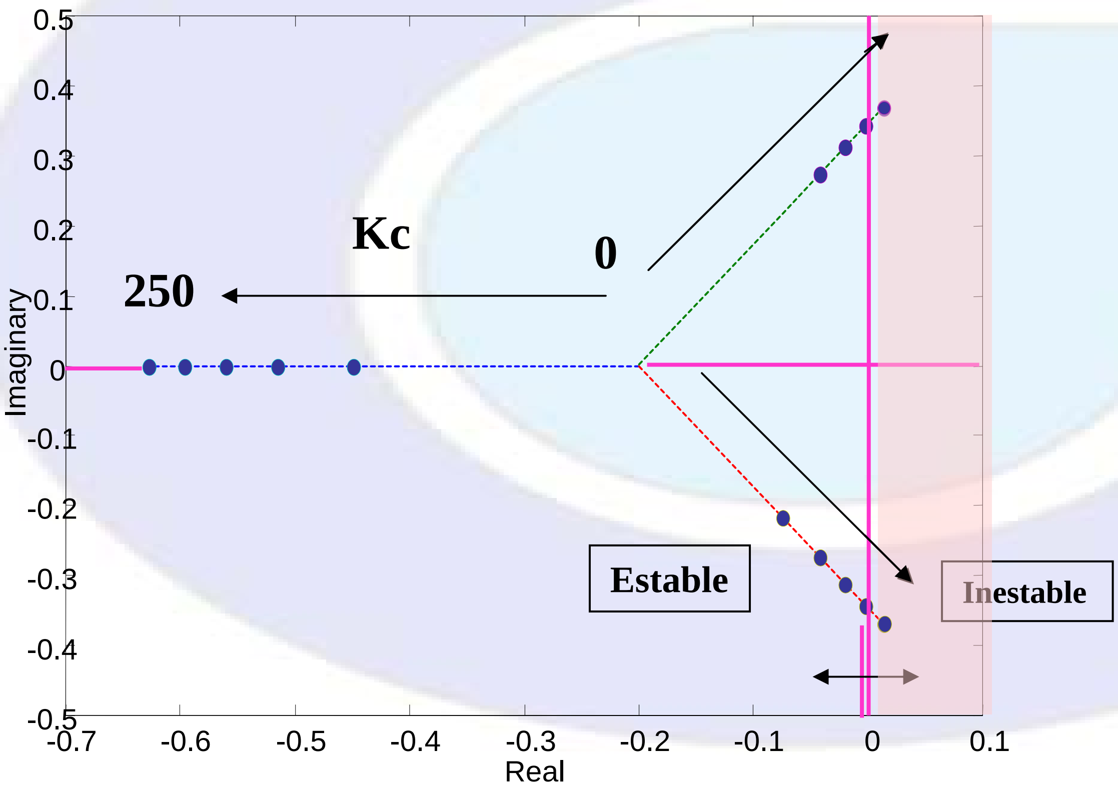
Un aspecto importante es ver como se ve afectada la estabilidad con los parámetros del controlador, principalmente Kc. Por ejemplo considere el siguiente ejemplo de 3 RTAC en serie con control proporcional.



Si cada reactor es de primer orden, la ecuación característica estará dada según:

$$1+G_p(s)G_c(s)=1+\frac{K_C K_P}{(1+\tau s)^3}=1+\frac{K_C}{(1+5s)^3}=0$$

$$125s^3+75s^2+15s+1+K_c=0$$



Tenemos 3 raíces que se pueden graficar en el plano S como función de Kc.

Si aumentamos Kc la respuesta se hace mas oscilatoria hasta llegar a ser inestable

Si queremos analizar la estabilidad basta con encontrar las raíces de la ecuación característica. Un método mas elaborado se denomina método de "Root Locus" (Lugar de las raices) que consiste en graficar en el plano complejo la evolución de las raíces como función de Kc.

En este método la ecuación característica puede descomponerse según :

$$1+G_p(s)G_c(s)=Den(s)+Kc*Num(s)=0$$

Con Num(s) y Den(s) los polinomios del numerador y denominador.

Cuando Kc=0 las raíces son los polos de lazo abierto

Reglas para construcción del grafico de R.L

- El número de lazos es igual al orden de Den(s)

•Los lazos parten en los polos de lazo abierto (raices para Kc=0) y terminan (Kc = ∝) en los ceros de lazo abierto (Num=0) o asintótica mente hacia +/- ∝.

•Las raíces complejas siempre son pares conjugados

•El Angulo de las asíntotas es +/-180º(Npolos-NCeros)

Ejemplo: Sea un proceso compuesto por 2 sistemas de 1º orden en serie

$$G_p(s) = \frac{1}{(5s+1)(s+1)};\ G_c(s) = Kc$$

Ec. característica

$$5s^2 + 6s + 1 + K_c = 0$$

Raíces reales

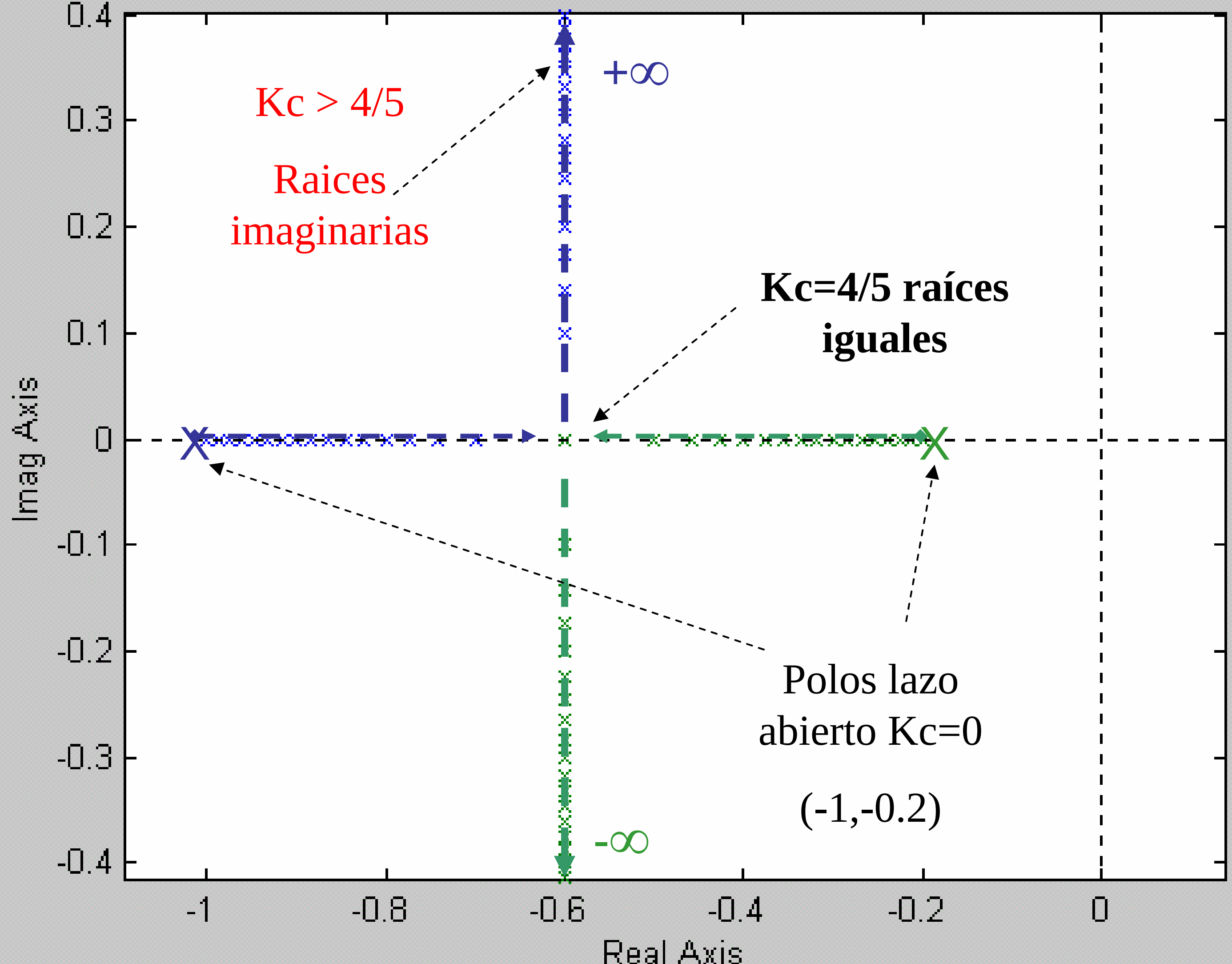
$$S = \frac{-3}{5} \pm \frac{1}{5}\sqrt{4 - 5Kc};\ SI\ \ Kc \le 4/5$$

Raíces Imaginarias

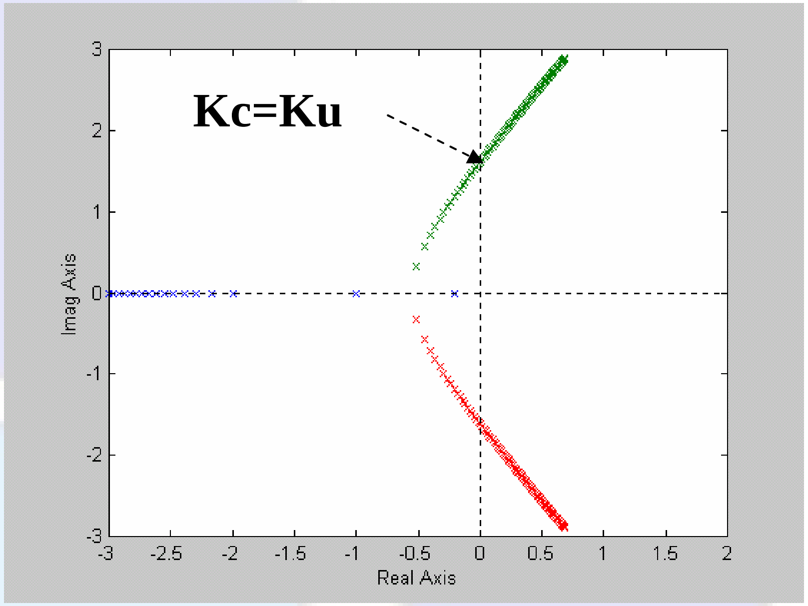
$$S = \frac{-3}{5} \pm \frac{1}{5} i\sqrt{5Kc - 4};\ SI\ \ Kc \succ 4/5$$

Tenemos 2 lazos asintóticos según se muestra en la figura

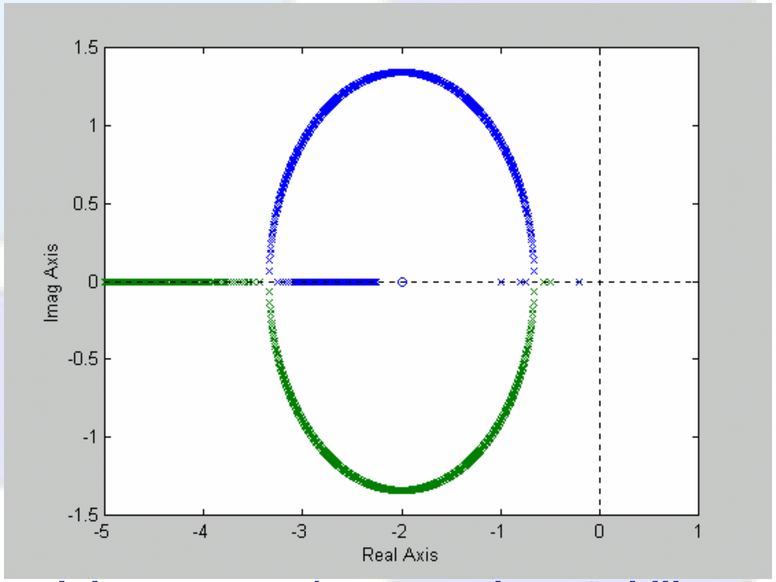
$5S^2+6S+1+Kc=0$


Kc > 4/5
Raices imaginarias
+∞
Kc=4/5 raíces iguales
Polos lazo abierto Kc=0
(-1,-0.2)
-∞
Imag Axis
Real Axis
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-1
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0

Efecto de la acción integral que aumenta el orden del sistema y la posibilidad de caer en la zona inestable (los lazos se mueven hacia la derecha) . En este caso se ve que existe una cota máxima para el valor de Kc, (ultima ganancia) por sobre este valor, el sistema es inestable



Efecto de la acción derivativa que introduce un cero negativo provocando que los lazos se muevan hacia la izquierda, lo que implica una tendencia a mejorar las condiciones de estabilidad

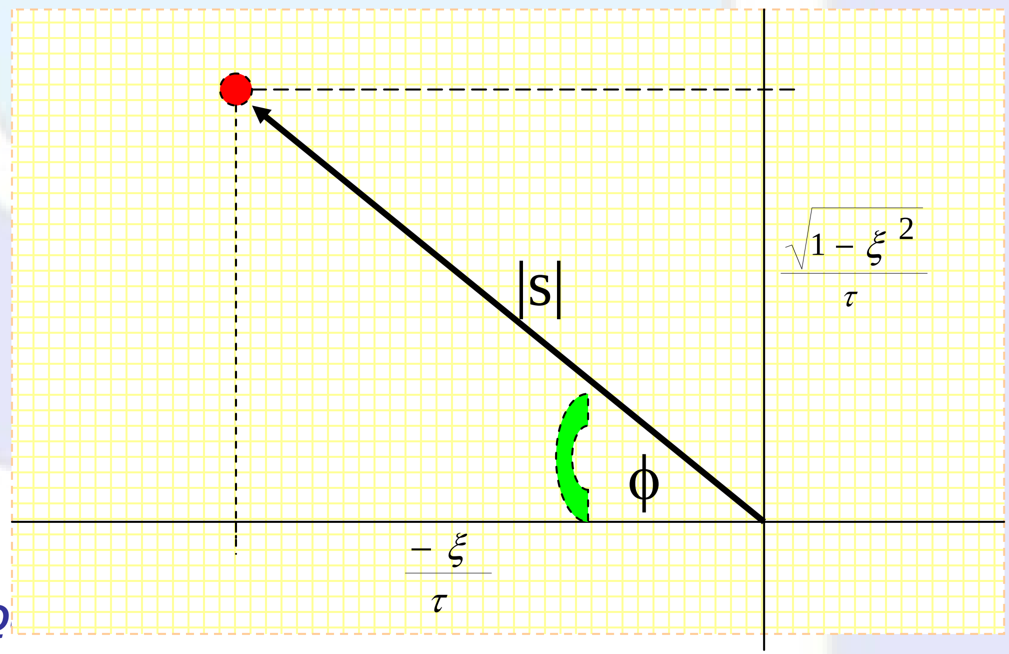


Concepto de Raíces Dominantes.

En sistemas con mas muchas raíces, podemos advertir que algunas son las que determinan mas que otras, el comportamiento global del sistema, a estas se les denomina "Raíces Dominantes".

El diagrama de "RL" nos permite analizar este concepto en base a una raiz cualquiera dada por:

$$S = \frac{-\xi \pm i\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}$$



La distancia desde el origen a la raíz esta dada por

$$|s| = 1/\tau$$

Mientras que el Angulo esta determinado según:

$$\mathrm{Cos}(\phi) = \xi$$

De acuerdo a este resultado podemos inferir que:

•Una raíz con mayor Angulo de inclinación tendrá una respuesta con mayor oscilación. Si $\phi = 0$ $\xi = 1$ por lo tanto no hay oscilación. Si $\phi = 90^{\circ}$, $\xi = 0$ lo que indica límite de estabilidad.

•Una raíz mientras mas se aleja del origen, tendrá una respuesta más rápida que otra mas cercana, luego la respuesta global estará determinada por la mas lenta, es decir la mas cercana al origen. A esta raíz se le denomina "Dominante"